

Un problema de ordenación forestal resuelto mediante un modelo de metas fraccional lineal (*)

TRINIDAD GÓMEZ NÚÑEZ (**)

MÓNICA HERNÁNDEZ HUELIN (***)

M.^a AMPARO LEÓN (****)

RAFAEL CABALLERO FERNÁNDEZ (*****)

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo tradicional de la Gestión Forestal ha consistido en la ordenación de los bosques, transformando éstos de manera que exista una distribución equilibrada de la superficie ocupada por cada grupo de edad, hasta la edad de culminación, de forma que en cada una de ellas se tale al llegar ésta. Esto permite extraer un flujo uniforme de madera y es lo que se conoce como rendimiento sostenido. Además, en la actualidad, la ordenación contempla el uso múltiple de los bosques, es decir, no sólo se consideran como proveedores de bienes y servicios (madera, etc.), sino que también deben mantener sus funciones en cuanto a la preservación de la diversidad biológica, a la protección del medio ambiente, etc. De hecho, el término *sostenibilidad* de un sistema forestal no sólo contempla el aprovisionamiento estable de la madera y otros productos derivados, sino también de todos los demás bienes y servicios ofrecidos por los sistemas forestales

(*) Esta investigación está parcialmente financiada por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, MTM2004-01987, y la Junta de Andalucía, CENTRA ECO-20 y SEJ-417.

Los autores desean expresar su gratitud a los evaluadores anónimos por sus valiosos comentarios, que han permitido completar y mejorar el presente trabajo.

(**) Profesora Titular de Universidad. Dpto. de Economía Aplicada (Matemáticas). Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad de Málaga.

(***) Profesora ayudante de Facultad. Dpto. de Economía Aplicada (Matemáticas). Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad de Málaga.

(****) Profesora Titular. Dpto. de Matemáticas. Universidad de Pinar del Río, Cuba.

(*****) Catedrático de Universidad. Dpto. de Economía Aplicada (Matemáticas). Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad de Málaga.

(Díaz-Balteiro y Romero, 2004). Bajo esta consideración de los bosques se hace necesario el uso de modelos decisionales con criterios múltiples para una adecuada planificación y gestión de los mismos.

Así, Field (1973) fue pionero al analizar un problema de planificación forestal dentro de un marco multicriterio, considerando tres objetivos: *ingreso familiar, producción de madera y actividades recreativas*. A partir de ese momento, han aparecido una gran diversidad de trabajos que aplican las técnicas multicriterio a problemas forestales, siendo la programación por metas una de las técnicas más ampliamente utilizada, quizás debido a su mayor potencialidad para fines específicos de planificación y gestión de recursos (Romero, 1997). Field *et al.* (1980), Hotvedt (1983), Kao y Brodie (1979) son ejemplos de autores que han utilizado la Programación por Metas en problemas de planificación del aprovechamiento de madera. Pero también nos encontramos con trabajos que utilizan otras técnicas multicriterio, como los de Steuer y Schuler (1978), De Kluyver *et al.* (1980), Hallejord *et al.* (1986), Bare y Mendoza (1988), Kazana *et al.* (2003) que emplean modelos multiobjetivo interactivos. Por otra parte, Díaz-Balteiro y Romero (1998) elaboran un modelo de programación multimetas y obtienen de él las mejores soluciones compromiso, bajo el enfoque de la programación compromiso, las cuales son validadas en términos de utilidad óptima.

Todos estos modelos tienen como característica común el haber sido aplicados a bosques con especies de crecimiento lento, con un amplio margen de tiempo para llevar a cabo la corta principal y, generalmente, ordenados, con una distribución de la superficie ocupada por cada clase de edad que se desea mantener.

Sin embargo, en este trabajo nos ocupamos de un caso bien diferente, el contexto cubano. El área forestal de esta isla ha sufrido una drástica reducción como consecuencia de su explotación indiscriminada y de desastres naturales (incendios, huracanes, etc.). Así pues, el principal propósito en este caso es ordenar el bosque, lo que implica variar significativamente la composición actual por edades, que es bastante irregular, en un turno de apenas 25 años. Para lograr este propósito, hemos planteado un modelo de Programación por Metas lexicográfico con metas fraccionales, de manera que tenemos en cuenta no sólo el logro de una distribución equilibrada por edades al finalizar la planificación, sino también otros roles fundamentales del bosque (económico, ecológico, etc.). La elección de esta técnica ha estado motivada por su gran flexibilidad y, además, por la información suministrada por el centro decisor, el cual estaba interesado en conocer si era posible alcanzar sus aspiraciones en una serie de

criterios de diversa naturaleza. Además, dichas aspiraciones llevaban prioridades excluyentes que nos impulsó a optar por un orden lexicográfico.

Durante los últimos 40 años, Cuba ha materializado grandes esfuerzos en la repoblación forestal y cuidado de los bosques naturales. La Ley Forestal aprobada en julio de 1998 tiene como uno de sus principales objetivos, definidos en su primer artículo, *regular el uso múltiple y sostenible del patrimonio forestal y promover el aprovechamiento racional de los productos del bosque*. Así, la política forestal del país proyecta hacer crecer la superficie cubierta de bosques hasta el 27 por ciento con aproximadamente 1 millón de hectáreas de plantaciones, de las cuales se obtendrá un gran porcentaje de la madera nacional demandada, aliviando así la presión actual sobre los bosques naturales. Algunas empresas forestales del país han concentrado esfuerzos para llevar a cabo trabajos de ordenación. En esta línea, la Universidad Pinar del Río ha sido autorizada para realizar este tipo de trabajos en las empresas forestales de esta Provincia. En este contexto, podemos destacar el trabajo de León *et al.* (2003), donde se formula un modelo de metas lineal para planificar el aprovechamiento de una plantación pura de *Pinus Caribaea* en esta provincia, obteniendo diversas soluciones que verifican los niveles a los que aspiraba el centro decisor, pero presentando el inconveniente de que no todas estas soluciones aseguran el equilibrio al finalizar el horizonte de planificación, en cuanto a la superficie ocupada por cada clase de edad.

Esto es así pues la mayoría de las veces no es posible recoger todos los matices de la compleja realidad a través de modelos lineales, así, por ejemplo, en muchas ocasiones ciertos problemas necesitan del uso de funciones representadas por un cociente. Este hecho no es de extrañar, puesto que muchos de los indicadores trascendentes de la evaluación de actividades económicas vienen medidos a través de un ratio (productividad, liquidez, etc.). En este caso, en el que el propósito principal del modelo es ordenar el bosque, encontramos en la programación fraccional una alternativa de modelización que incide en el aspecto dinámico del problema, consiguiendo asegurar el equilibrio por edades al finalizar el horizonte de planificación de una forma paulatina y flexible.

Es por ello que el modelo planteado es de Programación por Metas lexicográfico con metas fraccionales, que aplicaremos a una plantación pura de *Pinus Caribaea* en Pinar del Río (Cuba). De esta forma, gracias a la incorporación de metas fraccionales, aseguramos que todas las soluciones que verifican las aspiraciones del centro decisor conllevan, al finalizar el horizonte de planificación, una distribución

equilibrada de la masa arbórea por clase de edad. Hemos de insistir que en este modelo contemplamos no sólo la consecución de la ordenación final del bosque, sino también la consecución de objetivos económicos y de aquellos que pretenden respetar el medio ambiente. Nuestro interés se ha centrado en ofrecer herramientas que puedan ayudar a los gestores forestales en Cuba para ordenar más eficientemente los bosques que manejan.

Además, una vez que se haya resuelto la primera fase del modelo y comprobada la existencia de soluciones que verifiquen las aspiraciones del centro decisor, procederemos a buscar aquellas que mejoran ciertos objetivos del modelo sin empeorar otros. Existen en la literatura muchas técnicas que consiguen esta clase de soluciones, llamadas técnicas de restauración de la eficiencia (Tamiz y Jones (1997), Caballero *et al.* (1998), etc.). En el caso del problema que nos atañe en este trabajo, la técnica de restauración empleada ha sido la conocida en la literatura como Restauración Interactiva [Tamiz y Jones (1997)].

Así pues, el esquema que seguiremos en este trabajo es el siguiente: Tras esta introducción, en el siguiente epígrafe realizaremos una síntesis de la programación por metas fraccional lineal, resaltando los resultados más relevantes que posteriormente se han utilizado en la resolución del modelo. En el epígrafe 3 desarrollaremos el modelo propuesto para la ordenación forestal cubana. En el epígrafe 4 se realiza la aplicación de dicho modelo a un caso concreto, la Unidad Silvícola San Juan y Martínez, perteneciente a la Empresa Forestal Integral Pinar del Río, y analizaremos los resultados obtenidos. Por último, el trabajo finaliza con las conclusiones y las referencias bibliográficas.

2. PROGRAMACIÓN POR METAS CON METAS FRACCIONALES

Veamos a continuación la formulación de un problema de programación por meta fraccional, la dificultad que entraña su resolución y cómo se resuelve ésta.

Supongamos, sin pérdida de generalidad, que el decisor desea que ciertos ratios alcancen unos niveles mínimos de aspiración, u_i , $i = 1, \dots, q$, para el conjunto de puntos factibles. En tal caso, el modelo fraccional lineal de metas tratará de determinar si existe algún punto x que verifique:

$$\varphi_i(x) = \frac{c_i^t x + \alpha_i}{d_i^t x + \beta_i} \geq u_i \quad i = 1, \dots, q \quad [1]$$

donde $c_i, d_i \in \mathbb{R}^n$, $\alpha_i, \beta_i \in \mathbb{R}$; y $X \subset \mathbb{R}^n$ es el conjunto factible formado por restricciones lineales de obligado cumplimiento. Además, consideraremos que los denominadores $d_i^t x + \beta_i$ son estrictamente positivos para todo $x \in X$.

De esta forma, si se establecen niveles de prioridad en el cumplimiento de las q metas, y en un determinado nivel N_s , nos encontramos con k metas, el problema de optimización que se ha de resolver en este nivel es el siguiente:

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i=1}^k w_i n_i \\ & \text{s.a. } x \in X_s \\ & \frac{c_i^t x + \alpha_i}{d_i^t x + \beta_i} + n_i - p_i = u_i \quad i = 1, \dots, k \\ & n_i, p_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, k \end{aligned} \quad [2]$$

donde $X_s = \{x \in X / \varphi_j(x) \geq u_j, j \in N_1, \dots, N_{s-1}\}$ (1), y w_i es el peso de la meta i -ésima. En el caso en que la solución del mismo anule la función objetivo, entonces ésta es una solución que satisface todas las metas de este nivel de prioridad y se pasaría al siguiente nivel.

El inconveniente que presenta este modelo es la no linealidad de algunas de las restricciones del problema [2], debido a la incorporación en este conjunto de las metas fraccionales que se intentan satisfacer. No obstante, basta multiplicar dichas restricciones no lineales a ambos miembros de la igualdad por el factor $d_i^t x + \beta_i$ (siempre positivo en X por hipótesis), para llegar al planteamiento del siguiente problema lineal:

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i=1}^k w_i n_i' \\ & \text{s.a. } x \in X_s \\ & c_i^t x + \alpha_i - (d_i^t x + \beta_i) \mu_i + n_i' - p_i' = 0 \\ & n_i', p_i' \geq 0 \quad i = 1, \dots, k \end{aligned} \quad [3]$$

Aunque existe una estrecha relación entre los problemas [2] y [3], no se puede afirmar que sean equivalentes (Awerbuch *et al.* (1976), Soyster y Lev (1978)). Ahora bien, si nos centramos en la búsqueda de soluciones de X_s que verifiquen todas las metas del nivel de prio-

(1) El conjunto X_s es un conjunto formado por restricciones lineales, puesto que las restricciones del tipo $(c_i^t x + \alpha_i / d_i^t x + \beta_i) \geq u_i$ son equivalentes a $(c_i^t x + \alpha_i) - u_i (d_i^t x + \beta_i) \geq 0$.

ridad actual, es suficiente con resolver el problema lineal [3] para deducir la existencia o no de dichas soluciones, tal y como se pone de manifiesto en el siguiente teorema [Caballero y Hernández (2005)]:

2.1. Teorema

Dados los problemas [2] y [3] tal y como se han enunciado anteriormente, las siguientes afirmaciones son válidas:

- i) Si al resolver [3] la solución es $(x^*, n_i^*, p_i^*)_{i=1,\dots,k}$ tal que $\sum_i w_i n_i^* = 0$, entonces existe al menos una solución cumpliendo todas las metas del nivel N_s del problema fraccional lineal y coincide con x^* .
- ii) Si al resolver [3] la solución, $(x^*, n_i^*, p_i^*)_{i=1,\dots,k}$, es tal que $\sum_i w_i n_i^* > 0$, entonces no existe ninguna solución que satisfaga todas las metas del problema fraccional lineal para el nivel de prioridad N_s .

En consecuencia, dado el problema de metas fraccional lineal, para proceder a su resolución, pasamos del problema [2] al problema lineal asociado [3], y resolvemos éste. Una vez resuelto, pueden surgir dos casos: que la solución del mismo sea tal que el valor de la función objetivo en el óptimo sea cero, o bien que en la solución se tenga un valor óptimo estrictamente mayor que cero. En el primero de estos casos podemos asegurar que el punto obtenido es una solución que satisface todas las metas del problema fraccional, mientras que en el segundo de los casos podemos asegurar que no existirá en X ningún punto satisfaciendo todas las metas dados esos niveles de aspiración. En este caso, para encontrar el punto que minimiza el incumplimiento en X_s a los niveles de aspiración dados, se ha de resolver el problema [2] directamente, aplicando para ello un algoritmo que calcula el punto que minimiza la suma ponderada de las distancias angulares de las metas que no se logran satisfacer al conjunto de puntos factibles del problema.

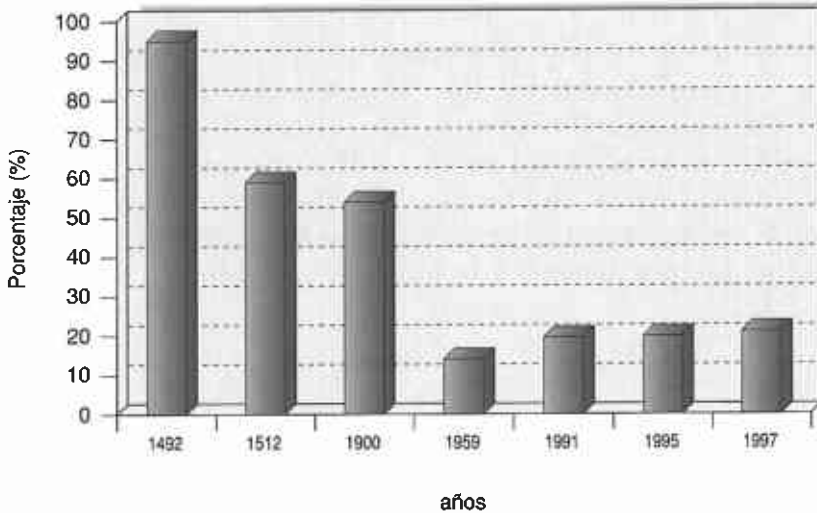
3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y MODELIZACIÓN

Como hemos comentado en la introducción de este trabajo, los bosques cubanos han sido objeto de una explotación indiscriminada, que ha ocasionado la desaparición de más del 75 por ciento de la superficie boscosa, tal y como se muestra en el gráfico 1.

Es evidente que ha tenido lugar una drástica disminución del área forestal de la nación. Esta situación, junto al temor de desastres

Gráfico 1

Evolución de la superficie boscosa en Cuba.



ecológicos aún mayores, han generado posiciones muy conservacionistas, que hacen que el volumen anual de las cortas proyectadas no rebase el 30 por ciento del incremento medio anual de la masa forestal. Esta situación conlleva el envejecimiento de las masas, con las consiguientes pérdidas económicas que ocasiona, al margen de otros daños. Además, la masa forestal presenta una composición por edades que es bastante irregular, lo cual conlleva que el principal propósito en este contexto sea la ordenación del bosque.

Podemos señalar, como ejemplo de esta situación, la Unidad Silvícola San Juan y Martínez, con 3.984,3 hectáreas de plantaciones de *Pinus Caribae*, que representa el 44,8 por ciento de la superficie total de la Empresa Forestal Integral Pinar del Río. Las características de esta área, manejada con la principal finalidad de producción de madera, se pueden observar en la siguiente tabla, donde la superficie de la plantación se encuentra dividida según su productividad (índice de sitio) y por la edad de los árboles.

Si nos fijamos en la última columna del cuadro 1, podemos observar que, si se talaran las masas cuando llegan al grupo de edad 5 (la edad del turno), en la actualidad se talaría un total de 1.683,2 hectáreas,

que representa más de un 30 por ciento del total (en concreto un 42,2 por ciento), generando un volumen de madera de 270.901,44 m³. Al transcurrir cinco quinquenios, sin llevar a cabo ningún tipo de planificación, se talarían 96,3 hectáreas, es decir, un 2,4 por ciento del total, lo cual genera un volumen de 17.711,4 m³ de madera, apenas el 6,5 por ciento de lo talado en el primer quinquenio, y, por lo tanto, alrededor del 7,11 por ciento de los ingresos que se obtendrían en aquel momento. En consecuencia, aplicar el criterio de podar en la edad del turno (al término del ciclo de la masa forestal) sólo perpetuaría el desorden y la inestabilidad en la producción, lejos de garantizar la ordenación sostenible del patrimonio forestal que intenta promover la Ley Forestal Cubana.

Cuadro 1

SUPERFICIE DE PLANTACIÓN DE *PINUS CARIBAE* DE LA UNIDAD SILVÍCOLA
SAN JUAN Y MARTÍNEZ

Índices de sitio	Clases de edad / Grupo (años)					Total
	1 (0-5)	2 (6-10)	3 (11-15)	4 (16-20)	5 (21-25)	
I	0,0	0,0	198,0	188,0	83,2	469,2
II	32,2	344,6	405,9	79,0	759,6	1621,3
III	33,5	236,8	266,7	102,0	692,4	1331,4
IV	30,6	78,9	130,5	174,4	148,0	562,4
Total	96,3	660,3	1001,1	543,4	1683,2	3984,3

Área (ha).

Por tanto, vamos a elaborar un modelo para planificar el aprovechamiento de una plantación cubana con el propósito de alcanzar una composición equilibrada, por grupos de edad del área en cuestión, teniendo en cuenta objetivos económicos, pero que también sea respetuosa con el bosque y el medio ambiente, es decir, tratando de conciliar objetivos económicos y de conservación ambiental. La formalización del modelo la realizaremos genéricamente y posteriormente la concretaremos para esta plantación de la Unidad Silvícola San Juan y Martínez, cuyas características han sido comentadas.

El horizonte de planificación (T) que consideraremos en nuestro modelo lo haremos coincidir con el turno de corta, que viene determinado por la selección de la especie y el objetivo de la plantación. En cuanto al objetivo principal de la plantación, las plantaciones que

trabajaremos están incluidas dentro de la categoría de bosques productores. De esta manera, los objetivos perseguidos en nuestra modelización se podrían precisar en las siguientes premisas:

- La producción de madera debe ser tal que no se degrade el bosque, para cada unidad de tiempo en que se divide el horizonte temporal.
- El área cubierta por cada clase de edad debe ser aproximadamente la misma al finalizar el horizonte de planificación.
- Evitar, siempre que sea posible, aplicar tala rasa en edades tempranas.
- El Valor Actualizado Neto (VAN) debe superar ciertos umbrales a lo largo de la planificación.

Como se observa, no se pretende maximizar ni minimizar ninguna medida, sino que se alcancen determinados valores en ciertos criterios orientados a la obtención de un bosque equilibrado, evitando su degradación. Ello nos conduce a formalizar las premisas anteriores en forma de metas, es decir, como restricciones blandas o de deseado cumplimiento y, en consecuencia, a que nuestro modelo sea un problema de Programación por Metas. Incorporaremos también las preferencias, en cuanto al cumplimiento de estas metas, utilizando el enfoque lexicográfico, con el que asumimos que se intentan conseguir aquellas metas situadas en un nivel precedente sin tener en cuenta las restantes hasta haberlas alcanzado, conforme a las pretensiones del centro decisor. Si bien este enfoque implica aceptar la no continuidad de las preferencias, tal y como señala Romero (1993), ello no es motivo suficiente para abandonar la ordenación lexicográfica si, por otra parte, responde más a la realidad que se está abordando, como puede ser dentro del contexto forestal.

Además, si en un nivel de prioridad no se pueden satisfacer las metas asociadas al mismo, proponemos llevar a cabo un análisis de sensibilidad que indique la correspondiente relajación en los niveles de aspiración que no se consiguen satisfacer, lo cual permitiría continuar el proceso y comprobar la posibilidad de verificar las metas en niveles posteriores. Toda esta información es presentada al decisor, el cual determinará la estrategia a seguir. Dicho análisis de sensibilidad, en el caso de metas fraccionales, es llevado a cabo aplicando un algoritmo que calcula el punto que minimiza la suma ponderada de las distancias angulares de las metas que no se logran satisfacer, al conjunto de puntos factibles del problema.

Por otra parte, una vez comprobada la existencia de soluciones que verifican todas las metas, proponemos realizar una restauración de la eficiencia de la solución dada. De entre las técnicas existentes de restauración de la eficiencia, a la hora de aplicar nuestro modelo, hemos escogido la Restauración Interactiva por ser aquella que mejor se adapta a la naturaleza del problema que estamos tratando. En este método, se le presentan al decisor los objetivos ineficientes del problema para que elija cuál desea mejorar. Una vez elegido, se maximiza la variable de desviación deseada asociada, manteniendo en las restricciones el hecho de que los otros objetivos mantengan los niveles ya alcanzados.

Pasemos por tanto ya a describir el modelo propuesto. Consideraremos que la superficie a planificar se encuentra dividida por zonas con un índice apropiado (según la productividad) y por la edad de los árboles. Así, partimos de una situación inicial dada por la siguiente matriz:

$$S^0 = \begin{pmatrix} s_{11}^0 & s_{12}^0 & \dots & s_{1I}^0 \\ s_{21}^0 & s_{22}^0 & \dots & s_{2I}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{H1}^0 & s_{H2}^0 & \dots & s_{HI}^0 \end{pmatrix}$$

donde s_{hi}^0 es el total de hectáreas del índice de sitio h ($h = 1, 2, \dots, H$) dentro del grupo de edad i ($i = 1, 2, \dots, I$), en el momento inicial. Las sumas de los elementos de esta matriz, por columnas, indican la superficie disponible, en el momento inicial, en cada grupo de edad

($S_i^0 = \sum_{h=1}^H s_{hi}^0$), mientras que si, dichas sumas las hacemos por filas,

obtendremos la superficie disponible en cada índice de sitio

$$(S_h^0 = \sum_{i=1}^I s_{hi}^0).$$

El horizonte de planificación T (turno de corta) lo hemos dividido en períodos, de manera que, al transcurrir un período, la masa forestal que está en el grupo de edad i pase al grupo de edad $i+1$. Así, si t es el número de años que comprende cada clase (el cual suponemos constante por facilidad en la modelización), el número de períodos considerados, que notaremos por P , es igual al número de años que abarca el horizonte de planificación dividido por t . Si no actuamos sobre la plantación, la propia evolución temporal de las masas nos llevaría a pasar de la matriz S^0 a la matriz S^1 , y así sucesivamente.

En consecuencia, trataremos de planificar incidiendo sobre la evolución de la plantación, de manera que se consigan las premisas anteriormente señaladas. Por tanto, las variables de decisión de nuestro modelo recogen el número de hectáreas de un determinado grupo de edad i ($i = 1, 2, \dots, I$) e índice de sitio h ($h = 1, 2, \dots, H$), a las que se les aplica un tratamiento j ($j = 1, 2, \dots, J$) en el instante p ($p = 1, 2, \dots, P$) y que notaremos por x_{hij}^p . Hay que tener en cuenta que el tratamiento a aplicar depende de la edad, con lo cual, el valor del subíndice j depende del valor de i , esto es, $j \in N(i)$, donde $N(i) = \{j/i, j \in N\}$ y $N = \{(i, j) / j \text{ es el tratamiento correspondiente al grupo de edad } i\}$. No obstante, puesto que se pretende llegar a una estructura equilibrada por edades de la plantación, en cada grupo de edad se plantean como tratamientos factibles los que correspondan a su grupo y la tala rasa, siendo éste el único tratamiento que deja el suelo totalmente descubierto y que será denotado por el último valor del subíndice j , es decir, por J . Por tanto, debido a la evolución de las masas, la superficie de hectáreas de edad i , índice de sitio h , en cada período p , depende de la superficie del período anterior de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 s_{h1}^p &= \sum_{i=1}^1 x_{hij}^p, & h &= 1, 2, \dots, H \\
 s_{hi}^p &= s_{h(i-1)}^{(p-1)} - x_{hij}^p, & i &= 2, \dots, I-1 \quad h = 1, 2, \dots, H \\
 s_{hI}^p &= s_{h(I-1)}^{(p-1)} - x_{h(I-1)J}^p + s_{hI}^{(p-1)} - x_{hI}^p & h &= 1, 2, \dots, H
 \end{aligned}$$

es decir, la superficie total de edad 1 al final del período p es el total de hectáreas taladas durante dicho período. Por otra parte, la superficie total de edad i (mayor que 1) al final del período p es igual a la superficie ocupada por árboles de la edad anterior que no haya sido talada durante dicho período. Mientras que el total de edad I (último grupo de edad) es lo que ya había en este grupo de edad, más lo que había en el grupo de edad $I-1$ y que no haya sido talado en ninguno de los dos casos.

A continuación, pasamos a formalizar las metas, según su orden de prioridad, y teniendo en cuenta que son las mismas en cada período p ($p = 1, 2, \dots, P$). Como hemos comentado previamente, todas las metas no tienen la misma importancia, y ello lo hemos recogido estableciendo niveles de prioridad entre ellas y utilizando el enfoque lexicográfico dentro de la Programación por Metas.

- *Primer nivel de prioridad.* Se desea mantener la superficie en la que se aplica la tala rasa ($j = J$) en niveles próximos a lo silvícola y eco-

lógicamente aceptable. Para ello, se intenta evitar que se supere el nivel Se_h^p , que representa la superficie a regenerar de equilibrio en el índice de sitio h , para el período p , que es la que garantiza que se tale y se regenere toda la superficie en un turno. En consecuencia, en cada período, tenemos las H metas siguientes:

$$\sum_{i=1}^I x_{hij}^p + n1_h^p - p1_h^p = Se_h^p \quad h = 1, \dots, H$$

donde $n1_h^p$ y $p1_h^p$ son las variables de desviación negativa y positiva, reflejo de lo que falta o se excede con respecto a la superficie a regenerar correspondiente. Como este nivel no se quiere sobrepasar, tendremos que minimizar la variable de desviación positiva para cada índice de sitio. Además, como todas tienen la misma importancia, la función a minimizar en este nivel es la suma de las variables de desviación positivas multiplicadas por un coeficiente normalizador, para evitar sesgos.

- *Segundo nivel de prioridad.* Se trata de mantener los niveles de extracción en el límite del volumen que se puede extraer sin riesgos de degradación, tratando de que no se sobrepase. Así, si v_{hij}^p representa el volumen por hectárea aprovechada en cada índice de sitio, edad, tratamiento y período, y V^p la posibilidad volumen cosechable en dicho período, la siguiente meta ocupa el segundo nivel de prioridad:

$$\sum_{h=1}^H \sum_{(i,j) \in N} v_{hij}^p x_{hij}^p + n2^p - p2^p = V^p$$

Al igual que antes, la variable de desviación a minimizar es la positiva.

- *Tercer nivel de prioridad.* Con el propósito de ordenar el bosque hay que variar significativamente la composición por edades, que es bastante irregular. Para ello hemos considerado una meta fraccional que modeliza de forma natural el deseo de alcanzar el equilibrio por edades al finalizar el horizonte de planificación.

Así, la meta que recoge este deseo establece que el ratio existente entre el número de hectáreas del primer grupo de edad y las del último grupo de edad se vaya estabilizando por período hasta llegar a ser 1. En este caso, y tras la notación establecida, la meta fraccional adquiere la siguiente formulación:

$$\frac{S_1^p}{S_I^p} + n3^p - p3^p = \frac{1}{P} \quad p = 1, \dots, P$$

donde:

$$S_1^p = \sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^I x_{hij}^p \quad \text{y} \quad S_1^p = \sum_{h=1}^H s_{h(i-1)}^{(p-1)} - x_{h(i-1)j}^p + s_{hj}^{(p-1)} - x_{hij}^p$$

Como se observa, el nivel de aspiración de esta meta va aumentando por período, de forma que en el último período dicho nivel asciende a 1. Así, si se consigue satisfacer, nos aseguramos una composición por edades en equilibrio al finalizar el último período de la planificación. En este caso, puesto que los niveles de aspiración se desean sobrepasar, la variable de desviación no deseada es la negativa.

- *Cuarto nivel de prioridad.* Como ya hemos comentado, dado que hemos de modificar la estructura por edades del bosque, aplicar el criterio de podar sólo en la edad del turno puede que no nos garantice el objetivo que demanda la ordenación sostenible. Ahora bien, hemos de tener en cuenta también que la tala de árboles jóvenes significa un sacrificio en todos los aspectos, económicos, ecológicos y silvícolas. Por ello, trataremos de normalizar el bosque, pero evitando, en la medida de lo posible, un sacrificio excesivo de árboles jóvenes. Ello se recoge en la meta situada en este nivel, la cual recoge el deseo de que no se talen árboles con edad inferior al grupo I-1:

$$\sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^{I-2} x_{hij}^p + n4^p - p4^p = 0$$

donde la variable de desviación a minimizar es la positiva.

- *Quinto nivel de prioridad.* Por último, la siguiente meta refleja el objetivo económico del modelo. Se desea alcanzar o sobrepasar el valor actualizado neto por período al que aspira como mínimo el centro decisor, VAN^p :

$$\sum_{h=1}^H \sum_{(i,j) \in N} VAN_{hij}^p x_{hij}^p + n5^p - p5^p = VAN^p$$

donde VAN_{hij}^p representa el valor monetario de la correspondiente hectárea. En este caso, de nuevo la variable de desviación a minimizar es la negativa.

Estos niveles de prioridad, como ya hemos comentado previamente, se consideran para cada período del horizonte de planificación, es decir, sólo cuando se han conseguido satisfacer las metas de los cinco niveles en un período determinado, se incorporan las del primer nivel del siguiente período. Por tanto, en síntesis, la función objetivo del modelo es la siguiente:

$$\text{LexMin}(f^1, \dots, f^P) = \left(\left\{ \sum_{h=1}^H \frac{p1^1_h}{Sc_h^1}, p2^1, n3^1, p4^1, n5^1 \right\}, \dots, \left\{ \sum_{h=1}^H \frac{p1^P_h}{Sc_h^P}, p2^P, n3^P, p4^P, n5^P \right\} \right)$$

Frente a estas metas que constituyen restricciones blandas o de deseado cumplimiento, nos encontramos con las restricciones fuertes o condiciones técnicas que, bajo ningún concepto, pueden ser violadas.

En un primer lugar, tenemos las restricciones que recogen la disponibilidad por índice de sitio en cada período p ($p = 1, 2, \dots, P$):

$$\sum_{(i,j) \in N} x_{hij}^p \leq s_h^{(p-1)} \quad h = 1, 2, \dots, H$$

En segundo lugar, las restricciones que recogen la disponibilidad por edad en cada período, donde hemos de tener en cuenta la evolución temporal de las masas, por lo que tenemos:

- Considerando dicha disponibilidad globalmente

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j \in N(i)} x_{hij}^p \leq s_i^{(p-1)} \quad i = 1, \dots, I; p = 1, 2, \dots, P$$

- Considerando la acotación por índice de sitio

$$\sum_{j \in N(i)} x_{hij}^p \leq s_{hi}^{(p-1)} \quad h = 1, 2, \dots, H; i = 1, \dots, I; p = 1, 2, \dots, P$$

Por último, se han planteado en el modelo restricciones que controlan ciertos valores de importancia en el mismo. Así, con el objeto de que no se produzcan situaciones que conlleven talas excesivas en el grupo de edad $I-1$, se establece una cota superior de la superficie disponible a talar en dicho grupo de edad, es decir:

$$x_{h(I-1)j}^p \leq \alpha s_{h(I-1)}^{(p-1)} \quad h = 1, 2, \dots, H; p = 1, 2, \dots, P; 0 \leq \alpha \leq 1$$

donde α representa el porcentaje de la superficie de edad $I-1$ que se permite talar, como mucho, en cada índice de sitio por período.

De igual forma, se consideran restricciones para controlar el límite inferior de la superficie de tala y garantizar, así, la renovación de la masa arbórea:

$$\sum_{i=1}^I x_{hij}^p \geq \beta Se_h^p \quad h = 1, 2, \dots, H; p = 1, 2, \dots, P; 0 \leq \beta \leq 1$$

siendo β el porcentaje de la superficie a regenerar de equilibrio que, como mínimo, puede recibir el tratamiento de tala rasa, para cada índice de sitio y período.

Y por último, restricciones que acotan inferiormente el importe del *Valor Actualizado Neto*:

$$\sum_{h=1}^H \sum_{(i,j) \in N} VAN_{hij}^p x_{hij}^p \geq \gamma VAN^p \quad p = 1, 2, \dots, P; \quad 0 \leq \gamma \leq 1$$

donde γ es el tanto por ciento del valor del VAN al que aspira el centro decisor que, como mínimo, hay que alcanzar en cada período.

En estas últimas restricciones los valores de los tres parámetros, α , β y γ , se determinarán a la hora de aplicar el modelo a una situación particular, y dependerán de los deseos del decisor.

4. APLICACIÓN DEL MODELO

El modelo desarrollado en este trabajo se ha aplicado a la Unidad Silvícola San Juan y Martínez, perteneciente a la Empresa Forestal Integral Pinar del Río que cuenta, como ya hemos comentado anteriormente, con 3.984,3 ha de plantaciones de *Pinus Caribaea* para la producción de madera principalmente.

En dicha Unidad encontramos 4 áreas de sitio ($H = 4$) y cinco grupos de edad ($I = 5$). El horizonte de planificación es $T = 25$ años y la unidad de tiempo (cada período de planificación) es de cinco años, por lo que hay cinco períodos ($P = 5$).

Además de poder aplicar tala rasa (tratamiento 4) en todos los grupos de edad, los tratamientos a aplicar por grupos de edad son los siguientes (establecidos por la Instrucción para la Ordenación del Patrimonio Forestal en Cuba, Ministerio de Agricultura de Cuba (1982), Norma Ramal 595): raleo 1 ($j = 1$) en el grupo de edad 2, raleo 2 ($j = 2$) en el grupo de edad 3 y raleo 3 ($j = 3$) en el grupo de edad 4. En consecuencia, el problema tiene un total de 160 variables de decisión, x_{hij}^p . La configuración inicial de la unidad forestal, que ya se mostró en el anterior epígrafe (cuadro 1), es la siguiente:

$$S^0 = \begin{pmatrix} 0,0 & 0,0 & 198,0 & 188,0 & 83,2 \\ 32,2 & 344,6 & 405,9 & 79,0 & 759,6 \\ 33,5 & 236,8 & 266,7 & 102,0 & 692,4 \\ 30,6 & 78,9 & 130,5 & 174,4 & 148,0 \end{pmatrix}$$

Como ya se indicó la suma por columnas corresponde a las hectáreas disponibles en cada grupo de edad en la situación inicial, $S_i^0 (i=1, 2, \dots, 5)$.

(96,3 660,3 1.001,1 543,4 1.683,2)

y la suma por filas la disponibilidad en cada índice de sitio, S_h^0 ($h=1,2,\dots,4$).

(469,2 1.621,3 1.331,4 562,4)

Respecto a los niveles de aspiración de las metas se han considerado los siguientes:

Para el primer nivel de prioridad, de acuerdo a la normativa cubana, el nivel que representa la superficie a regenerar de equilibrio en cada índice de sitio, por período, viene dado por la superficie total en dicho índice de sitio multiplicada por el recíproco del turno de la especie en cuestión (25 años), pero teniendo en cuenta que en nuestro modelo la unidad temporal es de 5 años, dicho factor se convierte en $1/5$, es decir:

$$Se_h^p = Se_h^0 = \frac{1}{5} S_h^0 \quad h = 1, \dots, 4$$

Respecto al segundo nivel de prioridad, la posibilidad volumen cosechable se ha considerado igual a 138.328 m^3 para todos los períodos y, como ya se expuso, representa el volumen de madera que se puede extraer como máximo sin riesgos de degradación.

Para los niveles de prioridad tercero y cuarto, los niveles de aspiración de las metas correspondientes ya han sido especificados en el modelo. Por último, para el quinto nivel de prioridad se estableció, de acuerdo con el decisor, el nivel mínimo deseado del VAN en 790.000 pesos (2) para los dos primeros períodos y en 760.000 pesos para los tres últimos períodos.

Por otro lado, se han establecido los valores de los parámetros α , β y γ de acuerdo con el decisor de la siguiente manera:

Con el propósito de garantizar la renovación de la masa arbórea, se ha establecido el valor del parámetro $\beta = 0,9$ que asegura que se va a aplicar el tratamiento de tala rasa ($j = 4$), como mínimo, al 90 por ciento de la superficie a regenerar de equilibrio.

De una forma muy similar, se ha establecido el valor de $\gamma = 0,9$ para garantizar que la solución siempre reporte valores del VAN en cada período que superen o al menos igualen el 90 por ciento del nivel de aspiración fijado.

(2) 25 pesos cubanos \cong 1\$.

El valor del parámetro α establece el porcentaje de superficie de edad 4 que se permite talar en cada índice de sitio por período. Con objeto de equilibrar el bosque, dado el gran desequilibrio inicial que presenta, se ha necesitado establecer un valor de este parámetro superior a 0, es decir, se ha permitido la tala rasa en árboles de edad 4. En un primer momento se le dio a α el valor $\alpha = 1$, que implica que la restricción asociada a este parámetro sea redundante en el modelo y, por tanto, permite la completa tala rasa en árboles de edad 4. Sin embargo, en este caso se comprobó que la solución implicaba una tala excesiva para árboles de esta edad y, puesto que el decisor era partidario de que dicha tala rasa se aplicara sólo a un porcentaje pequeño de la superficie total disponible, en una segunda resolución del modelo se le dio a α el valor $\alpha = 0,15$ y posteriormente se redujo a $\alpha = 0,05$.

En todos los casos anteriormente descritos, la resolución del problema se ha realizado con el programa PFLMO [Caballero y Hernández (2003)] de resolución del problema de metas fraccional lineal, y en el que se encuentra implementado el método de resolución de este tipo de problemas expuesto en el epígrafe 2. Dado el gran desequilibrio inicial de la plantación, nos hemos visto obligados a relajar el nivel de aspiración de la meta fraccional para el período 3, tras un análisis de sensibilidad, de un nivel de 0,6 a un nivel de 0,5, lo cual no influye en el alcance del equilibrio final de la plantación. Tras ello, PFLMO encontró soluciones satisfaciendo todas las metas, lo cual conlleva soluciones equilibradas al finalizar el horizonte de planificación, es decir, todas las soluciones satisfactorias obtenidas, y para los distintos valores de α considerados, alcanzan una distribución equilibrada de la superficie ocupada por cada grupo de edad, como queda de manifiesto en el cuadro 2.

Tal y como se indicó en la introducción de este trabajo, una vez comprobada la existencia de soluciones que verifican todos los niveles de aspiración, y de acuerdo con el decisor, se procedió a realizar una restauración de la eficiencia de la solución obtenida. En este caso la técnica de restauración empleada fue la Restauración Interactiva que permite que el decisor tenga preferencias distintas en esta nueva etapa de resolución del problema. Con objeto de aunar los objetivos ecológicos con los económicos, una vez que todas las metas ecológicas y de equilibrio de la plantación se sabían satisfechas, el decisor escogió el objetivo económico, es decir, el VAN total, como objetivo a maximizar dentro del conjunto de soluciones que verifican todas las metas del problema. De esta manera, la solución obtenida tras la restauración es tal que, logrando el equilibrio al finalizar la planificación y cumpliendo todas las demás metas del problema, consigue el mayor valor actual neto posible para la empresa.

Cuadro 2

**DISTRIBUCIÓN POR EDADES AL FINALIZAR LA PLANIFICACIÓN
(TODAS LAS SOLUCIONES)**

Índices de sitio	Clases de edad / Grupo (años)				
	1 (0-5)	2 (6-10)	3 (11-15)	4 (16-20)	5 (21-25)
I	93,84	93,84	93,84	93,84	93,84
II	324,26	324,26	324,26	324,26	324,26
III	266,28	266,28	266,28	266,28	266,28
IV	112,48	112,48	112,48	112,48	112,48
Total/Edad	796,8	796,8	796,8	796,8	796,8

Área (ha).

Como hemos comentado, en un primer momento no se restringió la tala rasa en árboles de edad 4, lo cual supone resolver el modelo con un valor inicial del parámetro α igual a 1. La solución obtenida viene representada en el anexo como Solución 1. En ella, como vemos en el cuadro 3, se consigue un valor actual neto para la empresa de 4.151.784 pesos (un valor bastante elevado si tenemos en cuenta que el nivel de aspiración se sitúa en torno a los 3.860.000 pesos). Sin embargo, el decisor no consideró aceptable ecológicamente a esta solución por aplicar tala rasa a una gran cantidad de hectáreas de árboles en edad 4 en todos los períodos.

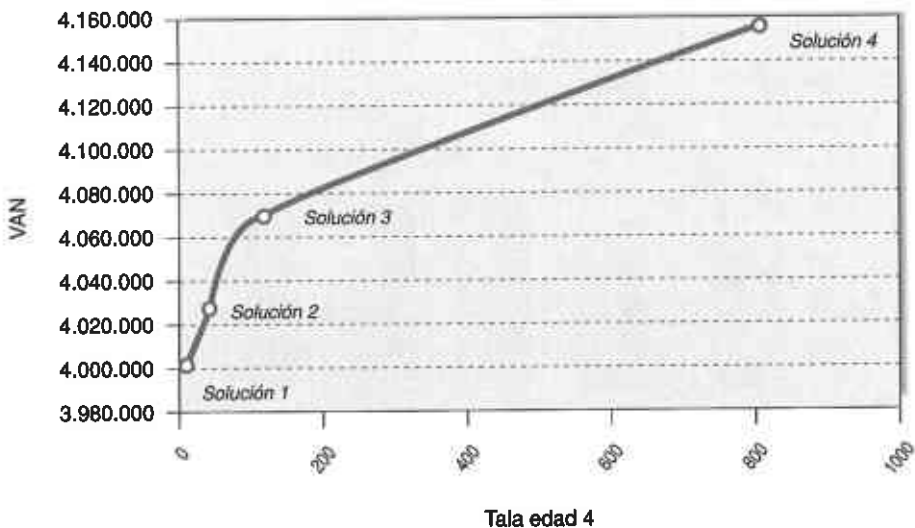
Realmente, el decisor era partidario de restringir bastante dicha tala rasa en árboles de edad 4, y por ello pasamos a resolver de nuevo el modelo con un valor del parámetro α de 0,15, lo cual supone que lo máximo que se permite talar en árboles de esta edad es un 15 por ciento de la superficie total disponible en cada índice de sitio y en cada período. Con este valor del parámetro α , la solución obtenida es la que se presenta en el anexo como Solución 2, en la que se obtiene un VAN total de 4.067.495 pesos y con un total de hectáreas taladas en el grupo de edad 4 de 109,26 (cuadro 3). Cuando restringimos aún más la superficie máxima a talar de árboles de edad 4, hasta un 5 por ciento de la superficie total disponible ($\alpha = 0,05$), la solución obtenida, de nuevo aquella que maximiza el VAN total de entre las soluciones que satisfacen todas las metas del problema, es la que viene expresada como Solución 3. En esta solución se alcanza un valor actual neto menor que en la Solución 2 y Solución 1, en concreto, el VAN obtenido asciende a 4.025.710 pesos. A cambio, la superficie a talar de árboles en

edad 4 es considerablemente menor, considerándose ésta una solución más aceptable desde el punto de vista ecológico y, puesto que el valor económico sigue satisfaciendo al decisor (supera sus niveles de aspiración), esta solución le resultaba más atractiva que la anterior.

Aun así, quiso el decisor que se obtuviera aquella solución que, siendo factible y satisfaciendo todos sus niveles de aspiración, lograra talar lo mínimo posible árboles de edad 4 y comparar los resultados con las dos soluciones anteriores. Esta solución la presentamos en este trabajo como Solución 4, y en ella la tala rasa en árboles de edad 4 sólo se realiza en el primer período y, como comprobamos en el cuadro 3, sobre un porcentaje muy pequeño de la superficie de dichos árboles, en concreto sobre el 0,6 por ciento. Sin embargo, el VAN obtenido mediante esta solución por período es menor que en las soluciones anteriores, ascendiendo el total a 4.000.371 pesos. El gráfico 2 muestra una comparación gráfica sobre las distintas soluciones presentadas, que pone de manifiesto las tasas de intercambio existentes entre el VAN total alcanzado y la superficie a talar de árboles en edad 4 para cada solución.

Gráfico 2

Comparación de Soluciones.



Cuadro 3

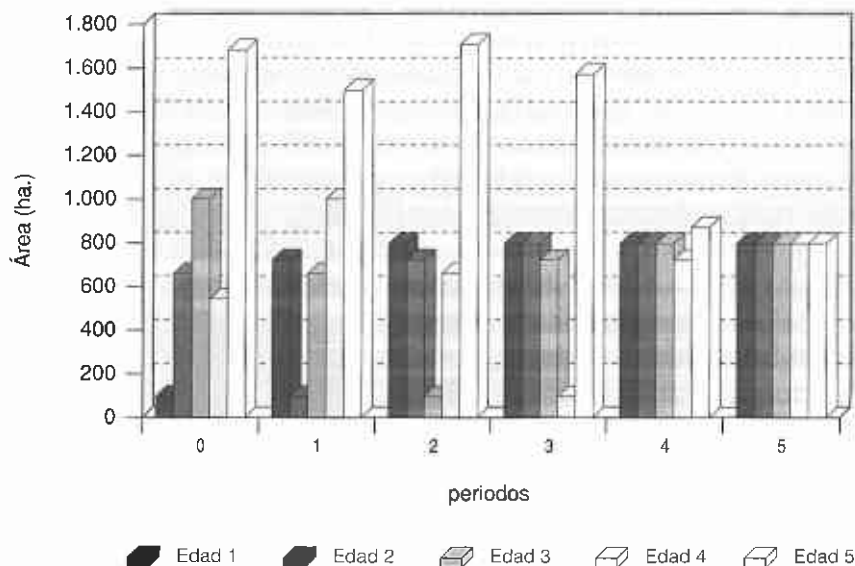
COMPARACIÓN DE SOLUCIONES

	Tala en edad 4 (ha)	VAN (pesos)
SOLUCIÓN 1	791,94	4.151.784
SOLUCIÓN 2	109,26	4.067.485
SOLUCIÓN 3	36,08	4.025.710
SOLUCIÓN 4	1,26	4.000.371

A la vista de estas soluciones el centro decisor emitió sus valoraciones con respecto a las distintas situaciones que presentan. La solución escogida fue la Solución 3 que, para el decisor, representa un equilibrio entre los valores ecológicos y sus deseos económicos. Dicha solución es tal, que no sobrepasa los límites de la superficie de equilibrio y la posibilidad volumen, consigue el equilibrio al finalizar el horizonte de planificación, no tala árboles de grupos de edad 1, 2 y 3 y sólo tala un 5 por ciento de los árboles de edad 4, y además el VAN en esta solución asciende a 4.025.710 pesos. Con esta

Gráfico 3

Área cubierta por cada clase de edad en los distintos periodos.



solución, el centro decisor, la empresa forestal, decidió que se sentía plenamente satisfecho y terminó, por tanto, el proceso de resolución.

En el gráfico 3 queda representada la evolución del área cubierta por cada grupo de edad en los diferentes períodos de planificación para la solución escogida por el centro decisor. Como se puede observar, el área cubierta por cada clase de edad se equilibra en el último período de la planificación.

5. CONCLUSIONES

Como hemos visto, con este modelo de metas se ha logrado obtener una solución que permite determinar la superficie a talar para cada índice de sitio en cada período, maximizando el beneficio sin deterioro del ecosistema y asegurando el equilibrio por edades en la plantación al finalizar la planificación, satisfaciendo así plenamente los deseos del decisor. Es decir, resolviendo eficientemente el problema económico y ecológico en cuestión.

Podemos decir que la meta fraccional utilizada modeliza de una forma natural el deseo de equilibrio del decisor, ya que incide en el aspecto dinámico del problema, asegurando además, en el caso de que existan soluciones satisfaciendo las metas, que todas ellas estarán equilibradas al finalizar la planificación. Todo ello sin renunciar al objetivo económico. Es decir, el modelo que proponemos en este trabajo no sólo permite equilibrar y regenerar la plantación en cuestión, sino que además permite aprovechar económicamente esta plantación de una forma eficiente.

Además, el modelo planteado permite determinar la superficie que debe ser sometida a los diferentes tratamientos, indicando el volumen de madera a extraer en cada período de la planificación, conocer el Valor Actualizado Neto que genera dicha planificación y además disminuir los sacrificios de cortabilidad en el proceso de Ordenación de la plantación.

Por otra parte, el modelo diseñado en este trabajo es aplicable a plantaciones puras de otras especies, con objetivos de producción de madera.

BIBLIOGRAFÍA

- AWERBUCH, S.; ECKER, J. G. y WALLACE, W. A. (1976): «A note: Hidden nonlinearities in the application of goal programming». *Management Science*, 22: pp. 918-920.

- BARE, B. y MENDOZA, G. (1988): «Multiple objective forest l, management planning: An illustration». *European Journal of Operational Research*, 34: pp. 44-55.
- CABALLERO, R.; REY, L. y RUIZ, F. (1998): «Lexicographic improvement of the target values in convex goal programming». *European Journal of Operational Research*, 107: pp. 644-655.
- CABALLERO, R. y HERNÁNDEZ, M. (2003): «PFLMO (Programación Fraccional Lineal Multiobjetivo)». Programa de ordenador, R.P.I.: MA903-2003.
- CABALLERO, R. y HERNÁNDEZ, M. (2005): «Restoration of efficiency in a goal programming problem with linear fractional criteria». *European Journal of Operational Research*, en prensa.
- DE KLUYVER, C. A.; DAELLENBACH, H. G. y WHYTE, A. G. D. (1980): «A two-stage, multiple objective mathematical programming approach to optimal thinning and harvesting». *Forest Science*, 26: pp. 674-686.
- DÍAZ-BALTEIRO, L. y ROMERO, C. (1998): «Modeling timber harvest scheduling problems with multiple criteria: an application in Spain». *Forest Science*, 44: pp. 47-57.
- DÍAZ-BALTEIRO, L. y ROMERO, C. (2004): «Sustainability of forest management plans; a discrete goal programming approach». *Journal of Environmental Management*, 71: pp. 351-359.
- FIELD, D. B. (1973): «Goal Programming for forest management». *Forest Science*, 19: pp. 125-135.
- FIELD, R.; DRESS, P. E. y FORTSON, J. C. (1980): «Complementary Linear and Goal Programming procedures for timber harvest scheduling». *Forest Science*, 26(1): pp. 121-133.
- HALLEFJORD, A.; JÖRNSTEN, K. y ERIKSSON, O. (1986): «A long range forestry planning problem with multiple objectives». *European Journal of Operational Research*, 26: pp. 123-133.
- HOTVEDT, J. E. (1983): «Application of linear goal programming to forest harvest scheduling». *Southern Journal of Agricultural Economics*, 15: pp. 103-108.
- KAO, C. y BRODIE, J. D. (1979): «Goal programming for reconciling economic, even flow, and regulation objectives in forest harvest scheduling». *Canadian Journal of Forest Research*, 9: pp. 525-531.
- KAZANA, V.; FAWCETT, R. H. y MUTCH, W. E. S. (2003): «A decision support modelling framework for multiple use forest management: The Queen Elizabeth Forest case study in Scotland». *European Journal of Operational Research*, 148: pp. 102-115.
- LEÓN, M. A.; CABALLERO, R.; GÓMEZ, T. y MOLINA, J. (2003): «Modelización de los problemas de ordenación forestal con múltiples criterios. Una aplicación a la economía forestal cubana». *Estudios de Economía Aplicada*, 21-2: pp. 339-360.
- MINISTERIO DE LA AGRICULTURA DE CUBA (1982): «Norma Ramal 595. Tratamientos silviculturales». Dirección de Normalización Metrología y Control de la Calidad.

- ROMERO, C. (1993): «Teoría de la decisión multicriterio: Conceptos, técnicas y aplicaciones». Alianza Universidad Textos. Alianza Editorial. Madrid.
- ROMERO, C. (1997): «Economía de los recursos ambientales y naturales». Segunda edición ampliada. Alianza Editorial, S.A. Madrid.
- SOYSTER, A. L. y LEV, B. (1978): «An interpretation of fractional objectives in goal programming as related to papers by Awerbuch *et al.* and Hannan». *Management Science*, 24: pp. 1.546-1.549.
- STEUER, R. E. y SCHULER, A. T. (1978): «A interactive multiple objective linear programming approach to a problem in forest management». *Operations Research*, 26: pp. 254-269.
- TAMIZ, M. y JONES, D. F. (1997): «Goal programming and Pareto efficiency». *Journal of Information and Optimization Sciences*, 17: pp. 291-307.

ANEXO

A continuación se muestran las soluciones seleccionadas. En la primera columna se detalla el valor alcanzado por la solución en la meta fraccional en cada período. Las columnas 2-5 reflejan las hectáreas sometidas a cada tipo de tratamiento. En la columna 6 se concreta el número de hectáreas a talar de árboles del grupo de edad 4 por la solución propuesta, para cada período. Por último, aparece el Valor Actualizado Neto que generaría la solución en cada período, expresado en pesos cubanos.

SOLUCIÓN 1

	Fracc.	Trat. 1 (ha)	Trat. 2 (ha)	Trat. 3 (ha)	Trat. 4 (ha)	Tala 4 (ha)	VAN (pesos)
P.1	0,513098	660,3	1001,1	335,5131	755,0499	207,8869	857.945
P.2	0,475513	96,3	660,3	738,5976	796,8596	93,84	848.004
P.3	0,5177	670,594	96,3	581,314	796,8601	78,9861	787.365
P.4	0,950147	703,02	755,05	2,9515	796,86	93,3485	792.759
P.5	1	703,02	796,86	437,1714	796,8604	317,879	865.711

SOLUCIÓN 2

	Fracc.	Trat. 1 (ha)	Trat. 2 (ha)	Trat. 3 (ha)	Trat. 4 (ha)	Tala 4 (ha)	VAN (pesos)
P.1	0,486205	660,3	1001,1	431,83	728,422	81,51	854.400
P.2	0,468075	30,6	660,3	532,183	796,86	110,16	823.388
P.3	0,508897	643,966	96,3	576,905	796,8598	83,3948	783.699
P.4	0,920908	423,7923	643,966	81,855	796,86	14,445	783.686
P.5	1	112,48	703,02	382,6762	796,8599	109,2633	822.322

SOLUCIÓN 3

	Fracc.	Trat. 1 (ha)	Trat. 2 (ha)	Trat. 3 (ha)	Trat. 4 (ha)	Tala 4 (ha)	VAN (pesos)
P.1	0,479437	660,3	1001,1	436,7881	721,5678	27,17	852.725
P.2	0,466198	30,6	619,525	377,34	796,86	36,72	805.314
P.3	0,506679	359,5694	96,3	627,285	796,86	33,015	778.397
P.4	0,913671	378,76	637,112	91,485	796,86	4,815	781.821
P.5	1	112,48	598,715	328,014	796,86	36,07839	807.453

SOLUCIÓN 4

	Fracc.	Trat. 1 (ha)	Trat. 2 (ha)	Trat. 3 (ha)	Trat. 4 (ha)	Tala 4 (ha)	VAN (pesos)
P.1	0,47513	660,3	1001,1	456,05	717,174	1,256	852.291
P.2	0,465003	30,6	486,889	397,2	796,86	0	795.441
P.3	0,505267	171,994	96,3	660,3	796,86	0	772.549
P.4	0,909091	357,815	632,718	96,3	796,86	0	780.418
P.5	1	112,48	501,481	340,884	796,86	0	799.672

RESUMEN

Un problema de ordenación forestal resuelto mediante un modelo de metas fraccional lineal

En este trabajo se presenta un modelo de programación por metas fraccional lineal para planificar el aprovechamiento de una plantación en la isla de Cuba, de manera que se alcance una distribución equilibrada de la superficie por clase de edad. El principal propósito en el contexto cubano es ordenar el bosque, lo cual conlleva variar significativamente la composición actual por edades que es bastante irregular, en un turno de 25 años. Este deseo lo hemos formalizado mediante metas fraccionales que inciden en el aspecto dinámico del problema y aseguran el equilibrio de una forma paulatina y flexible. No obstante, el modelo propuesto trata de alcanzar esta ordenación sin olvidar los aspectos económico y ecológico de los bosques. Con objeto de contrastar su potencialidad, lo hemos aplicado a una plantación cubana perteneciente a la Empresa Forestal Integral Pinar del Río, obteniendo diversas soluciones que equilibran el bosque y respetan los objetivos ecológicos y económicos del centro decisor.

PALABRAS CLAVE: Ordenación forestal, programación por metas, programación fraccional.

SUMMARY

A forest planning problem solved by a linear fractional goal programming model

In this work, a linear fractional goal programming model is developed in order to plan the exploitation of a plantation of pure species with timber production purposes in the Cuban island. Cuban forests have been suffering an indiscriminate exploitation for many years. Consequently, great efforts are presently being devoted to regenerate these forests, and conservationists position are being considered, which causes that the forest masses are growing older. As a consequence, such forests have an unbalanced composition by ages. Therefore, the model that is presented in this work makes it possible to organize the forest during the planning horizon, making also economic and ecological objectives compatible with this organization. Given the complexity, as well as the multiplicity, of purposes and interests involved in this problem, a multicriteria approach has been used, and as the objectives have been turned into goals that have to be satisfied, a Goal Programming problem has been formulated in order to find the desired planning. As it has been just said, one of the main objectives in this model is to reach an age-balanced structure in the forest at the end of the planning horizon. To reach this end, some of the goals of the goal programming model are linear fractional functions that represent a natural way of modeling this wish of equilibrium because these fractional goals point out the dynamic aspect of the problem. The study is centered in pure plantations of *Pinus Caribaea*, which are being used for wood production purposes. The model has been contrasted with data provided by the Integral Forest Enterprise of Pinar del Río (Cuba). Given that the linear fractional goal programming problem is not easy to solve, a brief theoretical study of the technique used in order to solve it is also presented in this paper. Once the resulting problem is solved, several solutions are obtained satisfying all the goals established in the model. All the solutions that satisfy the goals are different possibilities of planning the exploitation of the plantation, but it is ensured that all of them reach an homogeneous composition of the areas covered by the different age groups at the end of the horizon. Among all of these solutions, the Decision Maker has to select the one that he or she prefers, being in this case the one that achieves the greatest Net Present Value, that represents the economic objective of the Decision Maker. Finally we have to point out that the scheme presented in this paper is applicable to other plantations with timber production purposes.

KEYWORDS: Forest management, goal programming, fractional programming.